



TITLE:

中レイノルズ数の縮まないバルブ流れ及び回天圧縮性流れ(ナヴィエ・ストークス方程式の解と場の構造)

AUTHOR(S):

安徳, 光郎; 武田, 英徳; 桜井, 健郎

CITATION:

安徳, 光郎 ...[et al]. 中レイノルズ数の縮まないバルブ流れ及び回天圧縮性流れ(ナヴィエ・ストークス方程式の解と場の構造). 数理解析研究所講究録 1986, 601: 190-203

ISSUE DATE:

1986-12

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/99609>

RIGHT:

中レイノルズ数の縮まないバルブ流れ及び回天圧縮性流れ

日産自動車 安徳光郎 (Mituro Antoku)

京大・工 武田英徳 (Hidenori Takeda)

京大・工 桜井健郎 (Takeo Sakurai)

はじめに

“回天流れ”等と奇をてらった造語を用いるよりも
“天体の重力の影響を受ける，天体を過ぎる圧縮性流れ”と
でもすれば武田の話の内容ははっきりと表現出来るではない
か、と考える人々も多いであろう。そういう人々は、しかし、
本稿のように2つの流れを並記せねばならないような場合、
そして、一方が短くまとまっている場合、どうするのであろ
うか？ そのような場合を想定して、気象学の分野で既に定
着している“地球流体”のように短くて汎用性のあるものを
天体に関連した流れについて考案したのが“回天流体”とい
う言葉である。「回」転する「天」体内部の「流体」と読め
ば地球流体と同じように使えるし、「天」体を「回（廻）」

る「流体」と返り点をつけて読めば武田の話等にぴったりするからである。…もっと他の読み方も考えてあるが、ここには述べない。

表題の順序に従って、前半ではバルブ流れを、後半では回天流れを夫々独立に扱う。

1、 流路内の楕円形バルブを過ぎる縮まない粘性流体の 2次元流れ

バタフライ・バルブは、円盤形のバルブで、円盤中心を通り、盤面内にある軸のまわりに回転させて円管内の流れを制御する。軸に垂直な面で切った幾何学的形状はどの面についても同じになるので、断面間の“横切り流れ”を無視し、2次元モデルを用いてバルブ各断面の抵抗を求め、重ね合せて全抵抗を求める事が行われる。ここでは、そのような手法の適用性を検討する事は残して置き、2次元モデルをきっちり調べる事に専念する。バルブの断面形状は厚み比20%の楕円とし、ナビエ・ストークスの式を数値的に精度良く解き、数値的結果を実験その他と比較する。

(A) 基礎方程式及び境界条件

ここでは、2次元流れを扱っているので、ナビエ・ス

トークス方程式の流れ函数・渦度一表現を用いる。流路壁及びバルブ面上の速度は零に、上流境界ではポアズイユ流れの速度分布を与える。又、下流境界では渦度の1階微分及び流れ函数の2階微分（何れも”主流”方向についての微分）を零にする。適当に与えた初期条件から出発して、上で表わされた流れの時間発展を追って最終状態を求めるのがここでの問題であるが、数値解析上問題になる諸点については文献(1)及び(4)を参照されたい。

(B) 結果

計算を行ったレイノルズ数 (R) とバルブの迎え角 (θ) を図1に示す。図中の白丸は十分に時間が経った後定常状態になった場合を示し、黒丸は時間的に周期的状態になった場合を示す。この図は、それ故、 $R-\theta$ 面に於て定常流れと非定常流れの境界を示している。迎え角 θ が零の場合の流れ模様を、 R をパラメーターとして、図2に示す。 R が増すと共にバルブの後流が成長し、 $R=500$ では非定常になって後流は尾を振るようになる。 R を100にして迎え角 θ を増して行く場合を図3に示す。 $\theta=5^\circ$ では流路全体にわたる一体的流れであったものが θ が増すにつれて変化し、 $\theta=25^\circ$ 及び 40° ではバルブと流路壁の間に出来る2つの”流出口”から噴出する2つの噴流になる。これらの場合には、また、

バルブの後方に大きなゆっくりとまわる渦領域が現われるが、この部分と上記2つの噴流との相互作用が流れを非定常にしているのであろう。この状況は一体的流れの中でバルブの後流が尾を振っている $\theta = 0^\circ$, $R = 500$ (図2) の場合とははっきり異なる。図1の定常 - 非定常の境界は $\theta = 25^\circ$ のあたりでポッキリ折れているように見えるが、之は上のような2種類の流れ模様の間の移行に相当するものと思われる。

$\theta = 0^\circ$ の場合はバルブの全開状態に相当するが、図4にはその場合の抵抗係数 C_D を R の函数として示してある。但し、最終状態が非定常になる場合、 C_D の時間平均を用いた。この図には今回のデータに適合させた今井の抵抗法則 (文献2, 実線) 及びストークスの抵抗法則 (破線) も示してある。今井の抵抗法則が一様流の中に置かれた物体について導かれたもので、自由に選べるパラメーターを2個しか持たない事を考えると、我々の結果との一致は驚くべき事である。今井の抵抗法則には導出上の仮定に基づく制限をはるかに越える広い適用範囲があるように思われる。

図5にトルク係数についての木村等の実験 (文献3, 図中の白丸) と我々の結果との比較を示す。トルク係数は、大雑把に言って、バルブのモーメント係数をバルブによる圧力損失で割ったものである。図中の破線は一様流の中に置か

れた死水を伴う平板についてのトルク係数であるが、我々の結果とは異なり、トルク係数に鋭いピークが現れる状況を再現出来ていない。又、この図から、 $R = 50 \sim 100$ の場合の我々の結果が実験と最も良く一致するのが解る。木村等のトルク係数は乱流状態に於ける時間平均に対応するものであるから、この事は“乱流状態にある流れの時間平均は、レイノルズ数が数十の流れによってシミュレート出来る。”という経験則と一致する。

おわりに、この研究を進めるに際して数々の有用な助言を賜った木村雄吉神戸大学教授に心から感謝します。

参考文献

- (1) Antoku, M., Sakurai, T. and Takeda, H., 1986,
KUGD 86-4, Dept. of Aeron. Engg., Kyoto Univ.
- (2) 今井 功, 1958, 科学 28, 110-115
- (3) 木村雄吉, 桑田千照, 米田純一, 1980,
KR-F02, 神戸大学工学部
- (4) Yada, A., Sakurai, T. and Takeda, H., 1984,
Mem. of Faculty of Engg., Kyoto Univ.,
Vol. XLVI, Pt. 3, 37-50

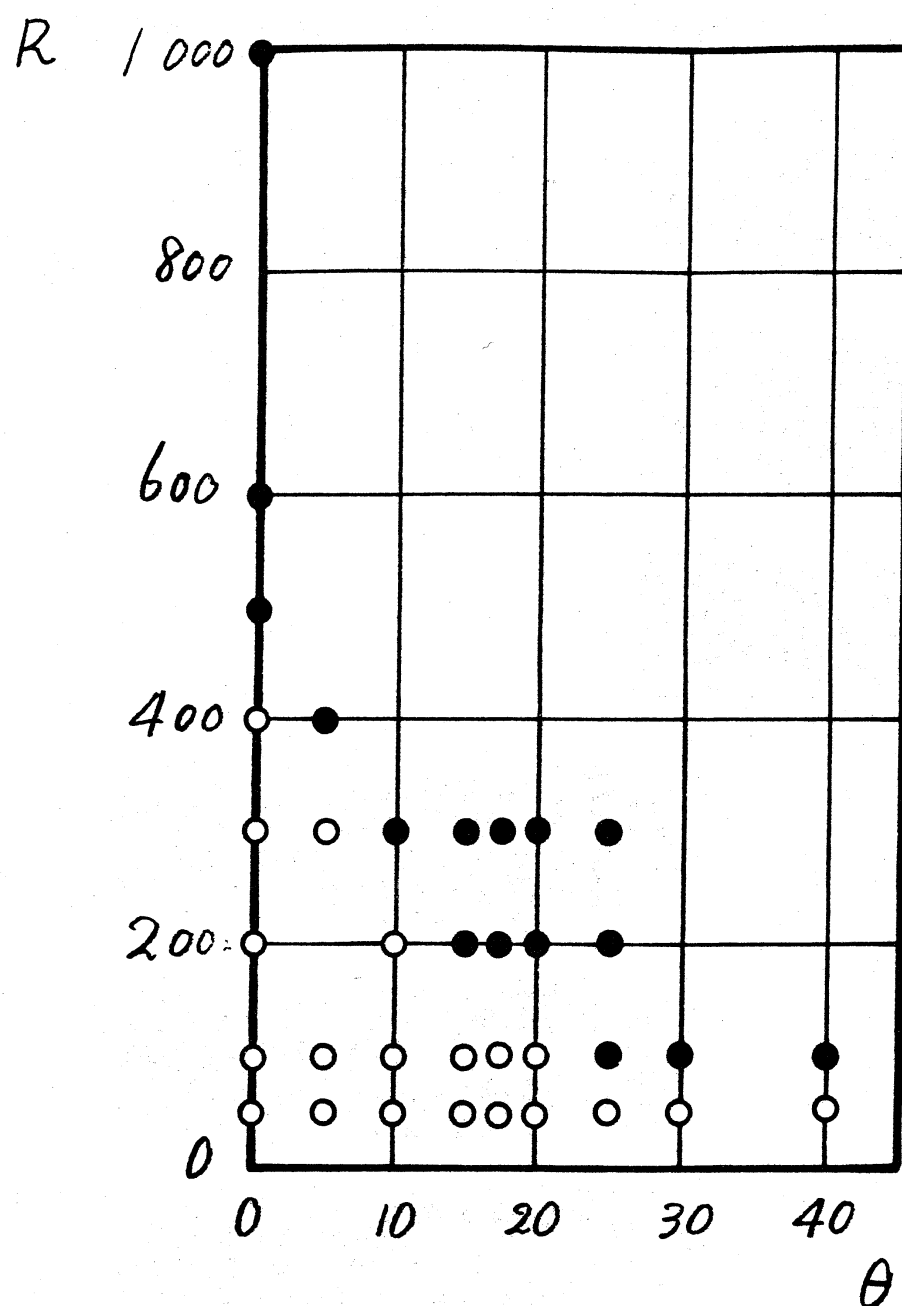
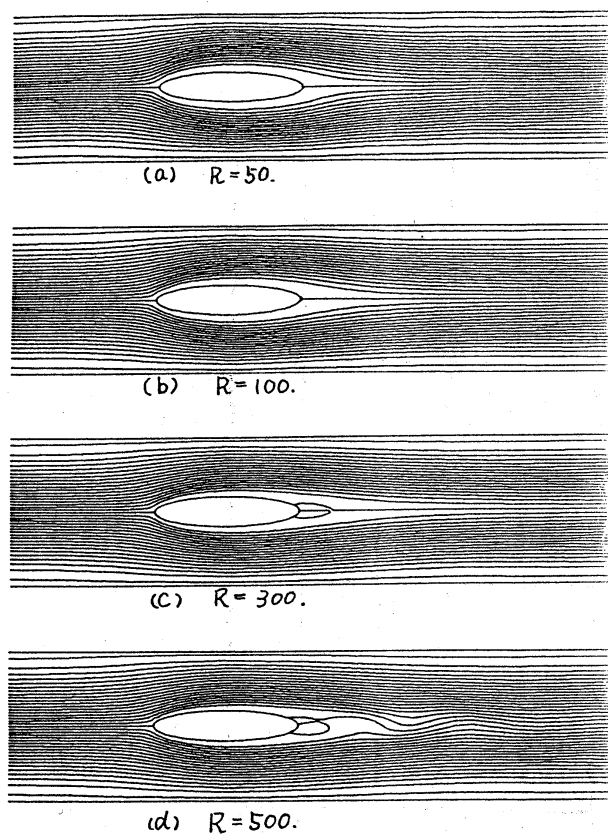
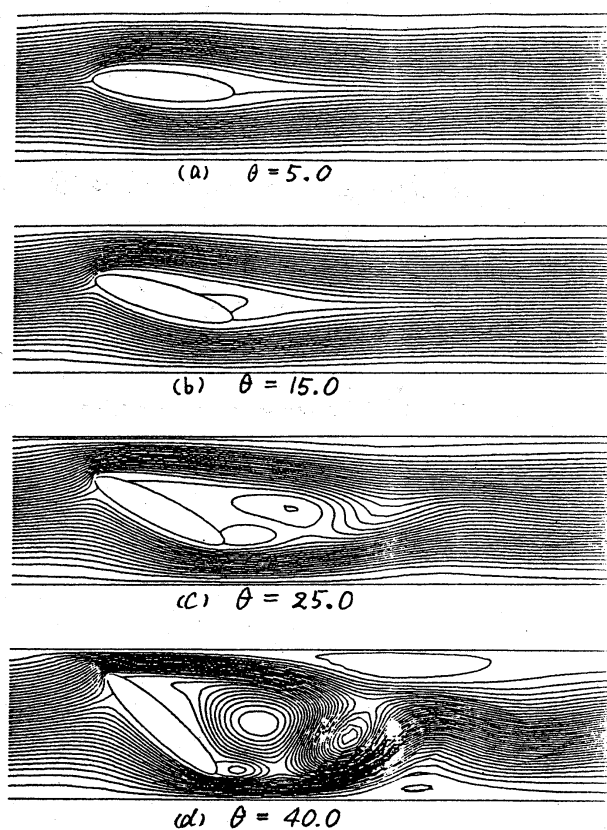


図1 計算を行ったレイノルズ数 R 、迎え角 θ の組合せ

白丸は定常流れを、黒丸は非定常（時間について周期的）流れを示す。

図2 $\theta=0^\circ$ の場合の流れ模様

$R=500$ に於ける波形の流線は
流れが非定常である事を示す。

図3 $R=100$ の場合の流れ模様

$\theta=25^\circ$ 及び 40° の流れは
非定常である。

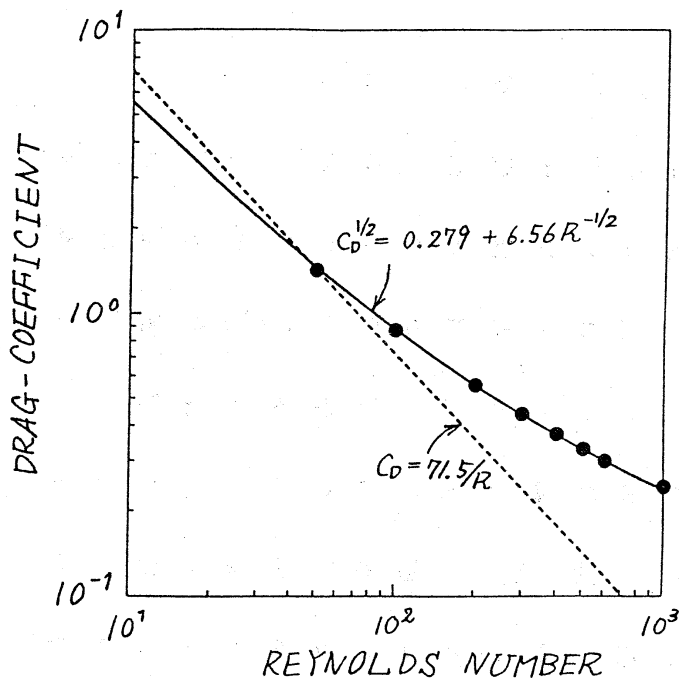


図4 $\theta=0^\circ$ の場合の抵抗係数の R -依存
実線は今井の抵抗則(文献2,
 $R=100$ 及び 400 での結果に合せ
た。)を、破線はストークスの
抵抗則($R=50$ での結果に合せ
た。)を示す。

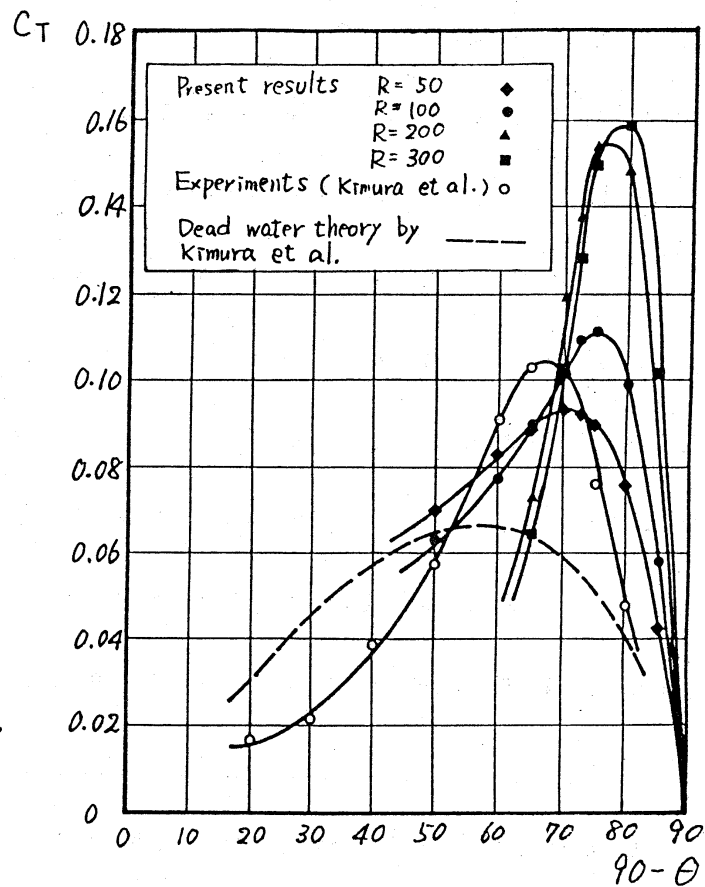


図5 木村等の実験(文献3, 白丸)

との比較

横軸($90-\theta$)は弁の開き角
を、縦軸はトルク係数(モー
メント係数をバルブによる圧
力損失で割ったもの)を示す。
破線は一樣な流れの中の死水
を伴う平板のトルク係数を示
す。

2、粘性流体中を運動する天体の受ける抵抗

原始太陽系星雲における原始惑星の成長において、その運動中に周囲のガスから受ける抵抗の強さは、その成長時間決定に重要な役割を果す。(数研講究録510, p295参照) そこで我々は天体を球状と仮定し、それが一定速度で運動している場合の抵抗の大きさを数値計算で求めている。このような天体運動の場合のレイノルズ数, Re , は極めて大きいが高レイノルズ数の流れの時間平均が低レイノルズ数の流れで近似できることを期待して, $Re = 20, 50, 200$ の流れを, 特に抵抗の大きさが、天体の特徴の一つである重力の強さとともにどのように変るかについて注目する。

計算は, Shida & Kuwahara の陰的解法を用いた。天体の静止系で考え, 簡単のため軸対称を仮定し, 球座標を採用した。物理量は, 流入するガスの速度 (U_∞), 密度 (ρ_∞), 天体の半径 (a) で規格化している。ガスとしては水素分子を考えているので, 比熱比 $\gamma = 1.4$ とし, プラントル数は $Pr = 0.75$ としている。重力の強さをパラメータ $\Gamma = GM_*/(aU_\infty^2)$ で表す ($r=200a$ で重力をカットしている(*))。

(*) Γ の大きさにかかわらず $r=200a$ でカットしていることはいささか問題である。この点は今後の課題である。

計算結果の一部分は既に発表しているが（講究録510,539），ここではそれ以後行った計算の結果について簡単に報告する。無限遠方でのガスのマッハ数（ M_∞ ）は0.5の場合に限る。

抵抗は $\frac{\pi}{2} a^2 \rho_\infty U_\infty^2$ で割った抵抗係数で考える。これは3つの部分，物体表面に働く圧力によるもの（ C_p ）と粘性による項（ C_v ）と周囲のガスからの重力によるもの（ C_g ）の和で表される。

図1に $Re = 20$ の場合の抵抗係数の Γ 依存性を示す。密度，圧力は， Γ が小さいときは物体前方で大きい， Γ が大きくなると後方で大きくなる。従って，最初 C_g は負となり（推力）， C_p は正（抵抗）であるがさらに Γ が増大（ $\Gamma \sim 10$ まで）すると C_g は増大し， C_p は負（推力）となる。 Γ が10より大きくなると C_g が一時減少し， C_p は再び増大して正になるが，このような振舞をする理由は未だわかっていない。 Γ が大きいときには物体の後に渦が見られる。これは Γ が大きくなるにつれ発達し，ついには物体の前方にまで達する（図2）。従って C_v は Γ とともに減少し，ついにはこの逆流により負になる（推力）。全抵抗係数 C_t （ $= C_p + C_v + C_g$ ）は Γ の小さいところで減少した後単調に増加するのみである。 $Re = 50$ の場合もこの場合によく似ている。

$Re = 200$ の場合の抵抗係数と Γ の関係を図(3)に示す。

C_p, C_v, C_g ($\Gamma \sim 18$ で勾配が変るが減少はしない), C_t の振舞は $Re = 20$ の場合に似ている。 $Re = 20, 50$ の場合と異なる点は、抵抗係数が、 Γ が大きくなるにつれ時間的により大きく振動するようになるということである。(図3は時間平均した値を用いている。)流れ場はもちろん変動しており、渦も Γ の大きい場合にはより発達している。

次に物体直後の渦の発生・合体の様子を見てみる。図4は $\Gamma = 12$ の場合で(a)~(d)は時間の経過の順である。図(a)には3つの渦(軸対称の)が見られる。①は反時計まわり②③は時計まわりである。時間が経つと②と③は合体し(図(b)), 発達する。①は左上に動き再び②に対応する渦が生れる(図(c))。②が発達し(図(d))③が下方に移動し、再び①, ②, ③が元の位置を占める(図(a))。この変動が繰り返えされ、同時に圧力と密度も時間的に振動し、従って C_p, C_v, C_g 及び C_t も振動する。この振幅は Γ とともに増大する。

最後に、抵抗係数がレイノルズ数にどのように依存するかを図5にまとめておく。当然ながら Re が大きい程 C_t は小さいが、いずれの場合も Γ に強く依存していることがわかる。

一部の計算には、野辺山宇宙電波観測所の計算機を使用させていただいた。お礼申し上げる。

抵抗係数 = 抵抗 / $\frac{1}{2} \rho U_0^2$

C_p : 圧力による抵抗係数
 C_v : 粘性による抵抗係数
 C_g : 重力による抵抗係数
 C_t : 全抵抗係数

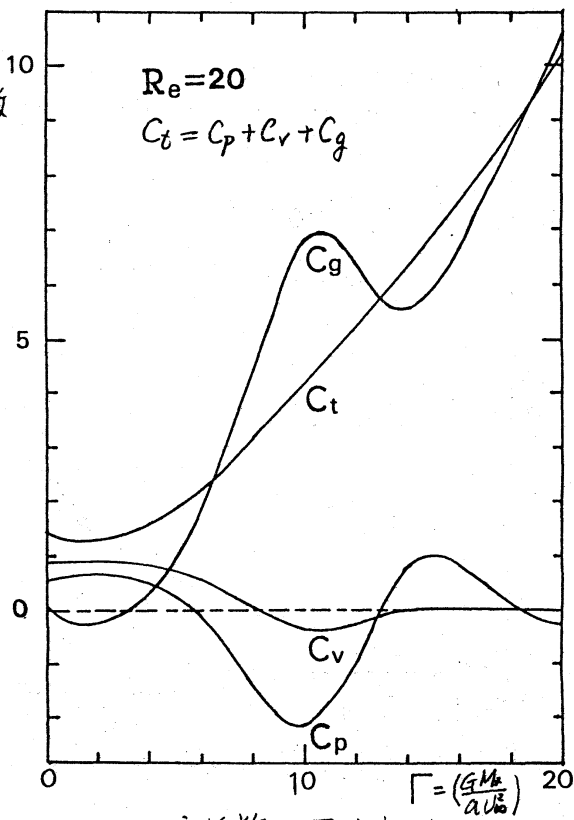


図1. 抵抗係数の Γ 依存性

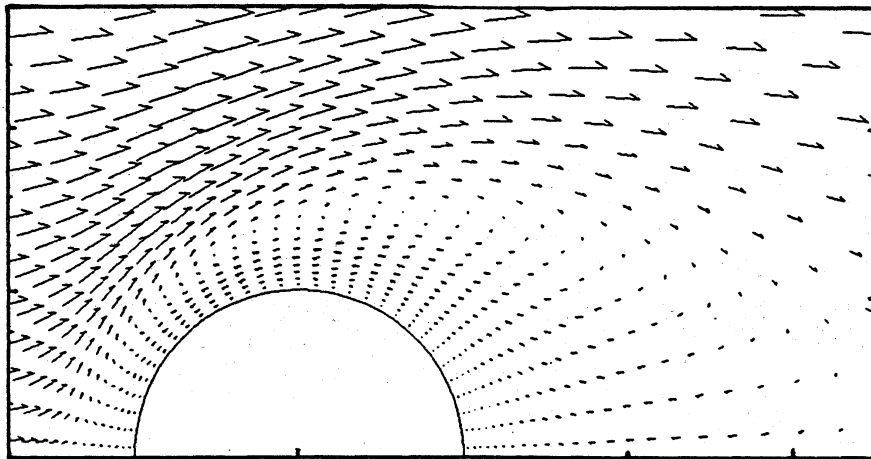
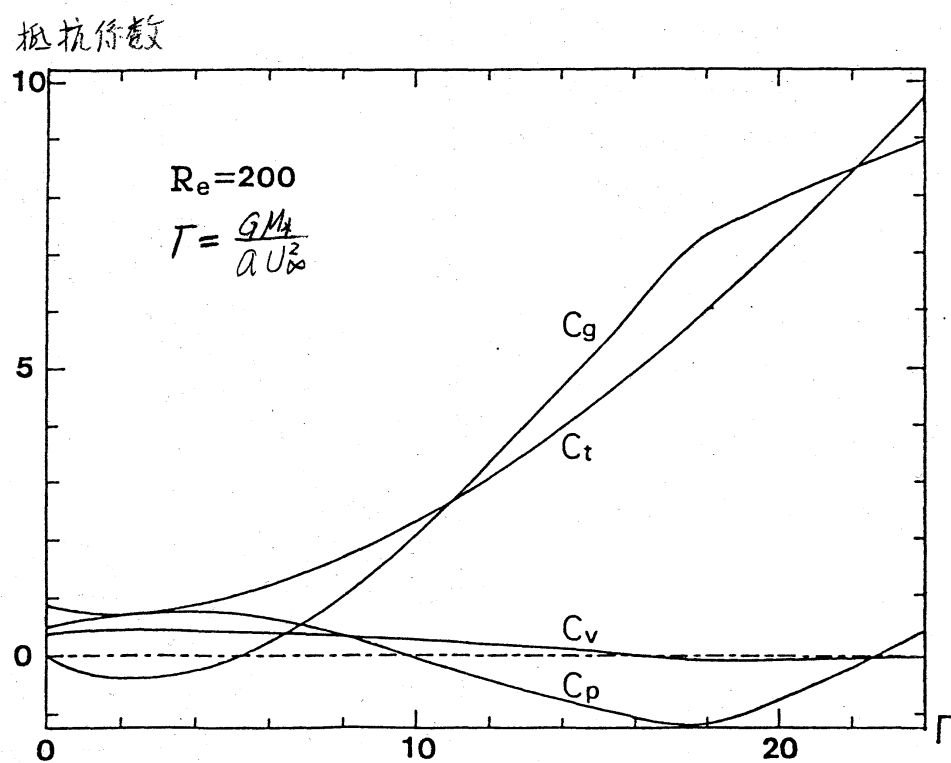
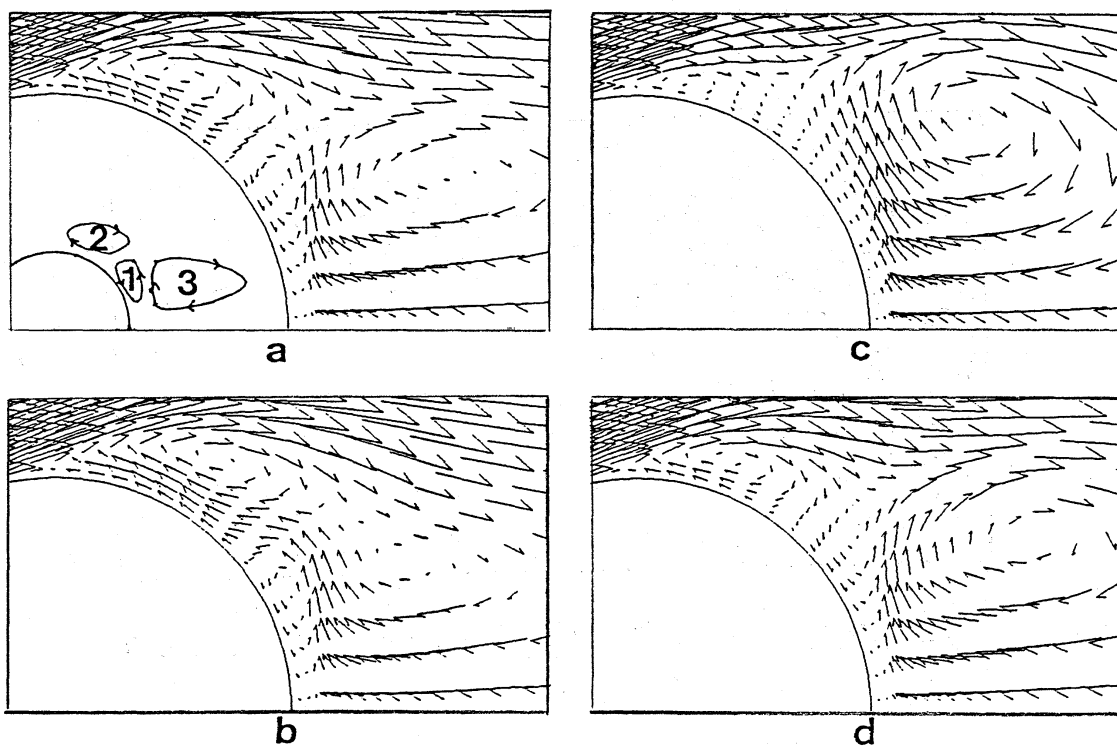


図2. 物体まわりの速度場, $R_e = 20$, $P = 12$, $M_0 = 0.5$

図3 抵抗係数の Γ 依存性図4 渦の時間変化。時間系列は(a)→(b)→(c)→(d), $Re=200$, $\Gamma=12$.

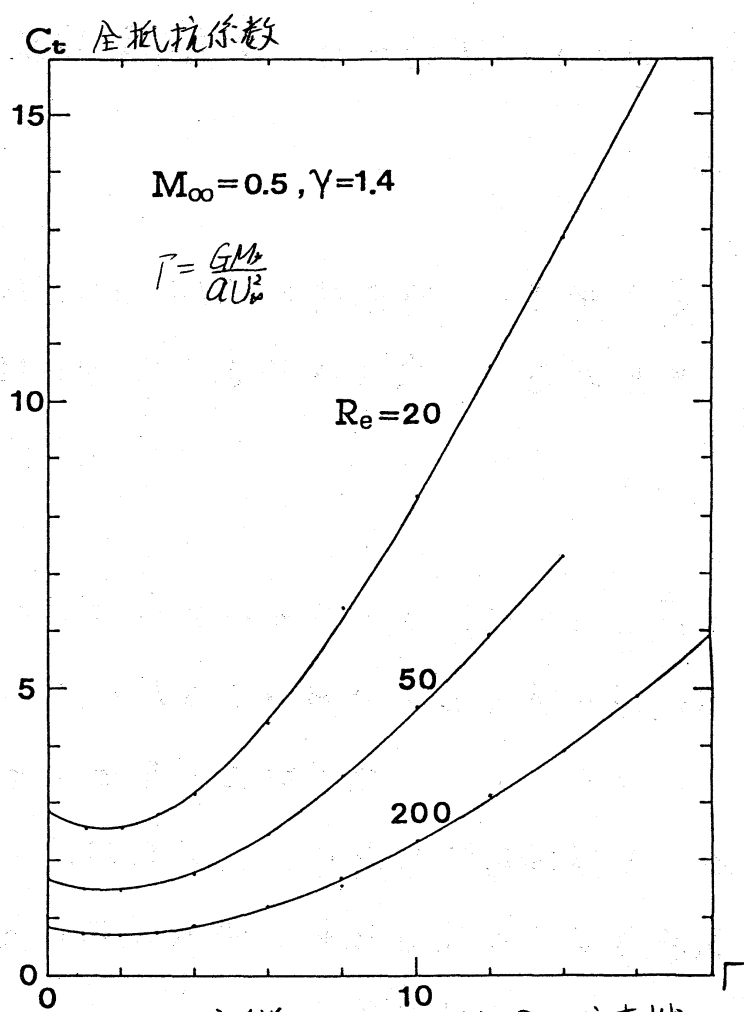


図5. 抵抗係数のレイルズ数 (Re) 依存性